

Variable aléatoire continue: loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0; 1)$ définie par la loi de probabilité $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \exp(-\frac{x^2}{2})$ telle que $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$

(Réalisation : S. Basnary – Version 2013)

Fonction $\Pi(t)$: fonction de répartition

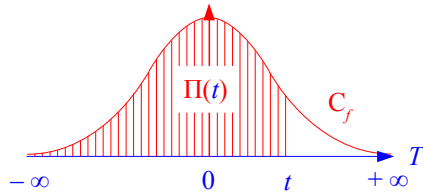
Fonction $Q(t)$

Fonction $R(t)$

I – Définition mathématique et représentation graphique

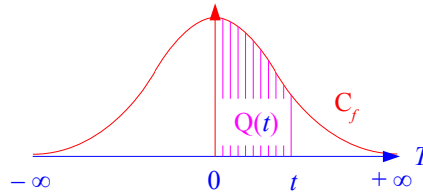
$$\Pi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$

Π est l'aire du domaine situé à gauche de la droite verticale $x = t$, compris entre l'axe des abscisses et la courbe C_f .



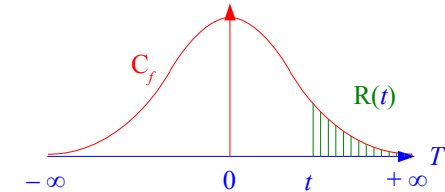
$$Q(t) = P(0 \leq T \leq t) = \int_0^t f(x) dx$$

Q est l'aire du domaine compris entre les droites verticales $x = 0$ et $x = t$, l'axe des abscisses et la courbe C_f .



$$R(t) = P(t \leq T \leq +\infty) = \int_t^{+\infty} f(x) dx$$

R est l'aire du domaine situé à droite de la droite verticale $x = t$, compris entre l'axe des abscisses et la courbe C_f .



II – Propriétés et valeurs

II – Propriétés et valeurs

II – Propriétés et valeurs

Π est une fonction croissante de t .

Pour $t \rightarrow -\infty$ $\Pi(t) \rightarrow 0$ (Aucune aire)
 Pour $t = 0$ $\Pi(t) = \frac{1}{2}$ (Symétrie de la figure)
 Pour $t \rightarrow +\infty$ $\Pi(t) \rightarrow 1$ (Aire totale)

Q est une fonction croissante de t .

Pour $t \rightarrow -\infty$ $Q(t) \rightarrow -\frac{1}{2}$ (Signe – car bornes inversées)
 Pour $t = 0$ $Q(t) = 0$ (Aucune aire)
 Pour $t \rightarrow +\infty$ $Q(t) \rightarrow \frac{1}{2}$ (La moitié de l'aire totale)

R est une fonction décroissante de t .

Pour $t \rightarrow -\infty$ $R(t) \rightarrow 1$ (Aire totale)
 Pour $t = 0$ $R(t) = \frac{1}{2}$ (Symétrie de la figure)
 Pour $t \rightarrow +\infty$ $R(t) \rightarrow 0$ (Aucune aire)

III – Valeur pour $-t$ et relations entre Π , Q et R

III – Valeur pour $-t$ et relations entre Π , Q et R

III – Valeur pour $-t$ et relations entre Π , Q et R

$$\Pi(-t) = 1 - \Pi(t) \text{ (voir formulaire)}$$

$$Q(-t) = -Q(t) \text{ (La fonction } Q \text{ est impaire)}$$

$$R(-t) = \Pi(t) = 1 - R(t) \text{ (Symétrie autour de l'axe (Oy))}$$

$$\Pi(t) + R(t) = 1$$

$$\Pi(t) = 0,5 + Q(t)$$

$$\Pi(t) + R(t) = 1 \text{ ou bien } Q(t) + R(t) = \frac{1}{2}$$

IV – Tableau de valeurs (à la main) et calculatrice

IV – Tableau de valeurs (à la main) et calculatrice

IV – Tableau de valeurs (à la main) et calculatrice

Pour $t \geq 0$, le formulaire donne $\Pi(t)$

Pour $t \leq 0$, on utilise la formule $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$

t	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$
$\Pi(t)$	0	0,0013	0,0227	0,1587	$\frac{1}{2}$	0,8413	0,9773	0,9987	1

Quelque soit t (donc $t \geq 0$), on a $Q(t) = \Pi(t) - 0,5$

Pour $t \leq 0$, comme Q est impaire, on a $Q(-t) = -Q(t)$

t	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$
$Q(t)$	$-\frac{1}{2}$	-0,4987	-0,4773	-0,3413	0	0,3413	0,4773	0,4987	$\frac{1}{2}$

Quelque soit t (donc $t \geq 0$), on a $R(t) = 1 - \Pi(t)$

Pour $t \leq 0$, on a $R(-t) = \Pi(t)$

t	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$
$R(t)$	1	0,9987	0,9773	0,8413	$\frac{1}{2}$	0,1587	0,0227	0,0013	0

	Calcul Π , t donné	Calcul t , Π donné
Casio graph 35+	Menu/run/optn/Prob/P(t)	
	Menu/Stat/Dist/Norm/Ncd low: -10^{99} ; up: t ; σ : 1; μ : 0	Menu/Stat/Dist/Norm/InvN Area: Π ; σ : 1; μ : 0
TI82	2 nd Var/Distr/Normalcdf(-10^{99} , t , $\mu = 0$, $\sigma = 1$)	2 nd Var/Distr/InvN(Π , $\mu = 0$, $\sigma = 1$)

	Calcul Q , t donné	Calcul t , Q donné
Casio graph 35+	Menu/run/optn/Prob/Q(t)	
	Menu/Stat/Dist/Norm/Ncd low: 0; up: t ; σ : 1 et μ : 0	Il faut calculer Π associé puis calculer la valeur t associée.
TI82	2 nd Var/Distr/Normalcdf(0, t , $\mu = 0$, $\sigma = 1$)	

	Calcul R , t donné	Calcul t , R donné
Casio graph 35+	Menu/run/optn/Prob/R(t)	
	Menu/Stat/Dist/Norm/Ncd low: t ; up: $+10^{99}$; σ : 1; μ : 0	Il faut calculer Π associé puis calculer la valeur t associée.
TI82	2 nd Var/Distr/Normalcdf(t , $+10^{99}$, $\mu = 0$, $\sigma = 1$)	