Variable aléatoire discrète – loi de Bernoulli, loi binomiale $\mathcal{B}$ (n ; p) et loi de Poisson $\mathcal{P}$ (λ) *(Réalisation : M. Basnary – Version 2015)*

Dénombrement et loi de Bernoulli

I – Rappels dénombrement

Tirage	*AVEC Remise*	*SANS Remise*
AVEC ordre	P-liste n^p	Arrangement A ou permutation P $A_n^p = n! \div (n-p)!$
SANS Ordre	n: éléments au départ p: éléments choisis	Combinaison ou Tirage simultané $C_n^p = n! \div \{p! \times (n-p)!\}$

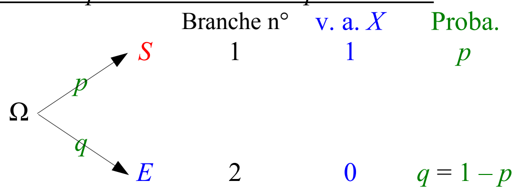
Une Permutation est un Arrangement avec $p = n$.

	Valeurs à la calculatrice.
Casio 35+	Menu/ Run/ Optn/ Prob/ nPr ou nCr
TI82	Math/ Prob

II – Loi de Bernoulli de paramètre p

Définition: Une variable aléatoire X suit une loi de Bernoulli si elle représente le nombre de succès d'une « épreuve de Bernoulli »: expérience aléatoire ne possédant que deux issues possibles:
S : « succès » de probabilité p
E : « échec » de probabilité $q = 1 - p$.

Arbre de probabilité et loi de probabilité:



x_i (ordre croissant)	0	1
$p_i = P(X = x_i)$	q	p

avec

	$E(X) = p$
$\sum p_i = 1$	$\sigma(X) = \sqrt{pq}$

Exemples:

Expérience	S : « succès »	p
Pile ou face	Pile	½
Lancé d'un dé	Résultat « 4 »	1/6
Bunto (1 chance sur 3)	Gagné	⅓

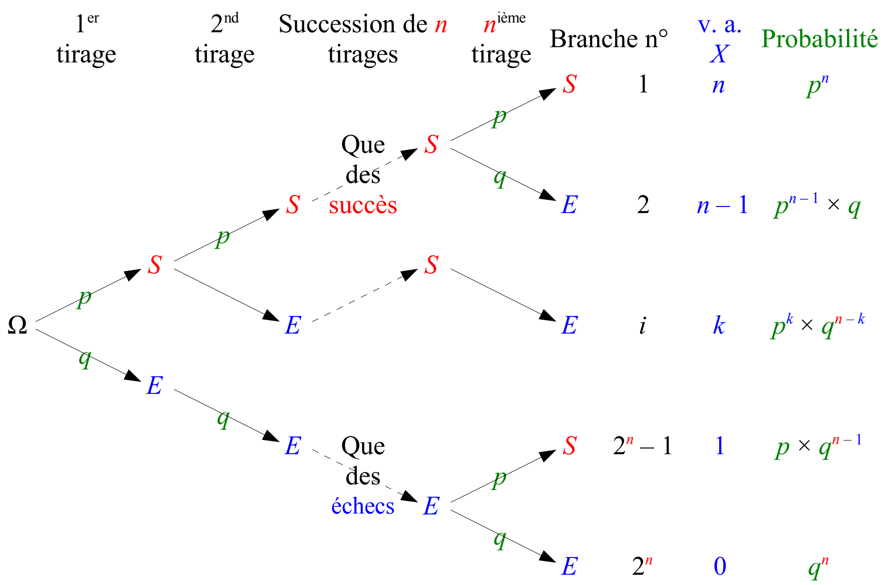
Loi binomiale $\mathcal{B}$ (n ; p) avec $n \in \mathbb{N}$ et $p \in [\,0 ; 1\,]$

I – Définition et loi de probabilité

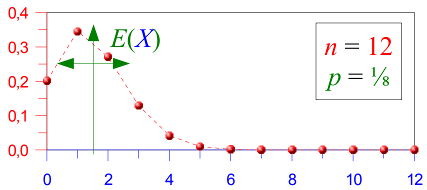
Une variable aléatoire X suit une loi binomiale $\mathcal{B}$ (n ; p) si elle représente le nombre k de succès d'une « épreuve Binomiale »: expérience aléatoire consistant à réaliser n épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes de paramètre p.

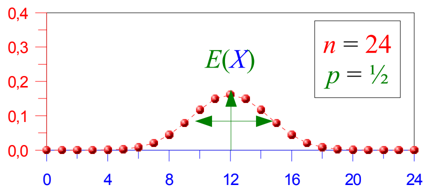
Soit $n \in \mathbb{N}$ et $p \in [\,0 ; 1]$, pour tout $k \in [\,0 ; n\,]$, $P(X = k) = C_n^k \times p^k \times q^{n-k}$
Avec $\sum p_i = 1$, $E(X) = n \times p$ et $\sigma(X) = \sqrt{(npq)}$

II – Arbre de probabilité, loi de probabilité explicitée et exemples.



x_i (ordre croissant)	0	1	...	k	...	$n-1$	n
Nbre de branches	1	$C_n^1 = n$	...	C_n^k	...	$C_n^{n-1} = n$	1
Proba d'une branche	q^n	$p \times q^{n-1}$	...	$p^k \times q^{n-k}$	...	$p^{n-1} \times q$	p^n
$p_i = P(X = x_i)$	q^n	$n \times p \times q^{n-1}$	...	$C_n^k \times p^k \times q^{n-k}$	...	$n \times p^{n-1} \times q$	p^n





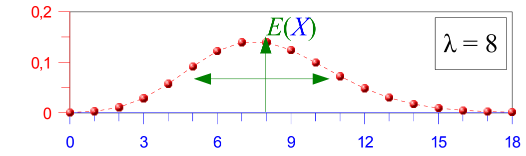
Loi de Poisson $\mathcal{P}$ (λ) et approximations de lois

I – Définition, loi de probabilité et exemple

Soit $\lambda \in\ ]\,0 ; +\infty\,[$, la loi de probabilité d'une variable aléatoire X à valeurs dans $\mathbb{N}$ est la loi de Poisson de paramètre λ, notée $\mathcal{P}$ (λ), si:

Pour tout $k \in \mathbb{N}$, $P(X = k) = \dfrac{\lambda^k}{k!} \times e^{-\lambda}$

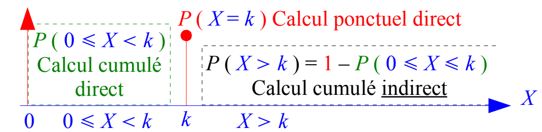
Avec $\sum p_i = 1$, $E(X) = \lambda$ et $\sigma(X) = \sqrt{\lambda}$



II – Utilisation de la calculatrice

	Calcul	Loi	Binomiale	Option
Casio 35+	$P(X = k)$	Menu Stat Dist	Binm/Bpd	Data : var, x : k, Numtrial : n, p : p
	$P(X \leq k)$		Binm/Bcd	
TI82	$P(X = k)$	2nd Distr	Binompdf(	n, p, k)
	$P(X \leq k)$		Binomcdf(	

Loi $\mathcal{P}$ (λ): Casio 35+: Menu/Stat/Dist/Poisn/Ppd
TI82: 2ndVar/Distr/poissonpdf(λ, k) ou cdf.



III – Approximations des lois