NOM:................................ – PRENOM: .... – Date: .... Classe: .... – Section:................

Variable aléatoire $X = k$ suivant une loi Binomiale $\mathcal{B}(n, p)$: Introduction par le jeu

Caractéristiques du jeu :

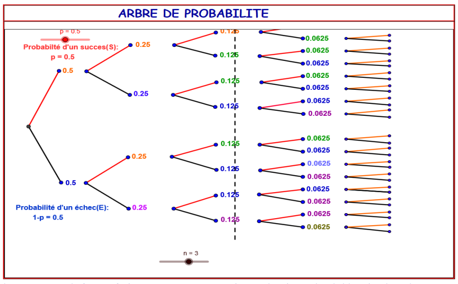
- n représente le nombre de fois où l'on joue (n est un entier),
- À chaque tentative, 2 cas possibles uniquement :
  - « succés » : on gagne, de probabilité p ($0 \leqslant p \leqslant 1$),
  - « échec » : on perd, de probabilité $q = 1 - p$.
- $X = k$ représente le nombre de succès sur les n tentatives. ($0 \leqslant k \leqslant n$).
- $P(X = k)$ représente la probabilité de gagner k fois sur les n tentatives.

donc

- Si $X = n$, on gagne tout le temps, on perd jamais,
- Si $X = k$, on gagne k fois, on perd $(n - k)$ fois,
- Si $X = 0$, on gagne jamais, on perd tout le temps.

Cas où n est faible : Avec un arbre de probabilité

Attention : Il est fort probable que plusieurs branches de l'arbre de probabilité respectent la condition $X = k$. Il faudra donc additionner les probabilités de chacune de ces branches pour déterminer $P(X = k)$.



http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Probabilte/arbrebernous.html

n	p	$X = k$	$P(X = k)$ (à 10^{-4} près)
1	0,8	1	
		0	
2	0,6	2	
		1	
		0	
3	0,4	3	
		2	
		1	
		0	

n	p	$X = k$	$P(X = k)$ (à 10^{-4} près)
4	0,2	4	
		3	
		2	
		1	
		0	
5	0,5	5	
		0	
6	0,7	6	
		0	

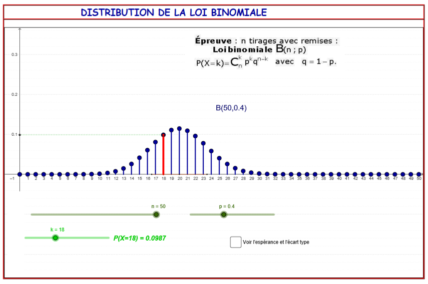
Pour $n = 3$, que constatez-vous pour la somme des probabilités ? Même question pour $n = 4$.

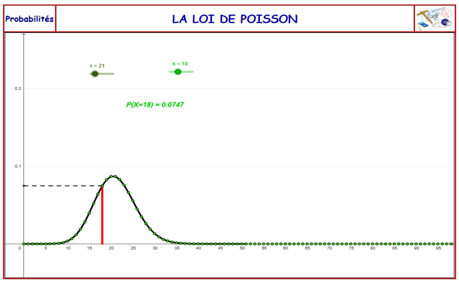
....

....

<u>Cas où n est élevé :</u> Comparaison loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$ et loi de poisson $\mathcal{P}(\lambda)$

<u>*Consigne(s) :*</u> **Utiliser** les deux liens ci-dessous pour **compléter** les deux tableaux de probabilités.





http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Probabilte/distribinomiale.html http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Probabilte/loipoisson.html

Loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$			
n	p	$X = k$	$P(X = k)$ (à 10^{-4} près)
4	0,2	2	
6	0,7	0	
10	0,5	5	
20	0,4	9	
30	0,3	7	
40	0,15	5	
50	0,1	6	
50	0,05	3	
100	0,01	2	

Loi de poisson $\mathcal{P}(\lambda)$		
$\lambda = n \times p$	$X = k$	$P(X = k)$ (à 10^{-4} près)
0,8=4×0,2	2	Impossible : le curseur
0,42	0	λ n'est que entier !
5 =10×0,5	5	
8	9	
9	7	
6	5	
5	6	
2,5	3	
1	2	

Y a-t-il des valeurs qui ne peuvent pas être calculées ? Si oui, **proposer** une explication ?

....

....

....

....

Sur la ligne $n = 40$, **comparer** les valeurs de probabilités des **<u>deux</u>** lois. Que constatez-vous ?

....

....

Même question pour la ligne $n = 50$.

....

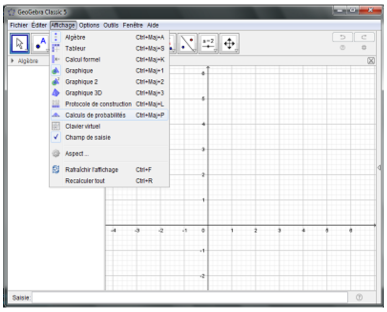
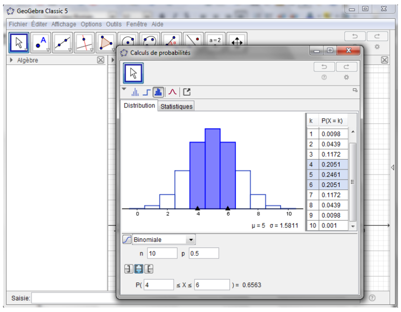
....

Que peut-on en conclure pour les valeurs de probabilités sur les **<u>deux</u> <u>dernières</u>** lignes du tableau ?

....

....

<u>Cas *n* très élevé et *p* très petit :</u> Comparaison loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$ et loi de poisson $\mathcal{P}(\lambda)$

<u>Consigne(s) :</u>

- **Ouvrir** la version 5 de Géogébra,
- Dans l'onglet Affichage, **sélectionner** Calculs de probabilités. Une nouvelle fenêtre s'affiche.
- **Sélectionner** le type de loi souhaitée, ses paramètres et les conditions vérifiées par X.
- **Compléter** alors les deux tableaux de probabilités ci-dessous.

Loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$			
n	p	$X = k$	$P(X = k)$ (à 10^{-4} près)
50	0,05	3	
100	0,01	2	
200	0,01	3	
500	0,005	3	
1000	0,005	4	
2000	0,002	5	
5000	0,001	4	
9000	0,001	8	

Loi de poisson $\mathcal{P}(\lambda)$		
$\lambda = n \times p$	$X = k$	$P(X = k)$ (à 10^{-4} près)
2,5	3	
1	2	
2	3	
2,5	3	
5	4	
4	5	
5	4	
9	8	

Y a-t-il des valeurs qui ne peuvent pas être calculées ? Si oui, **proposer** une explication ?

....

....

....

Comparer les valeurs de probabilités sur <u>**une même**</u> ligne. Que constatez-vous ?

....

....

Proposer une hypothèse à partir de laquelle les résultats des deux lois sont <u>quasiment</u> identiques.

....

....

En déduire la valeur de la dernière probabilité de la loi binomiale.

....