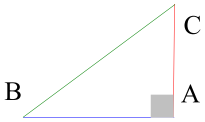
Géométries *(Auteur : M. Basnary S. – Version 2012)*

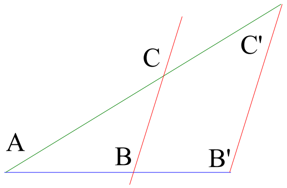
I – Théorème de Pythagore & réciproque



ABC triangle rectangle en A
$\Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$

Applications: Triangle des puissances (Cf. bas de colonne)

II – Théorème de Thales & réciproque

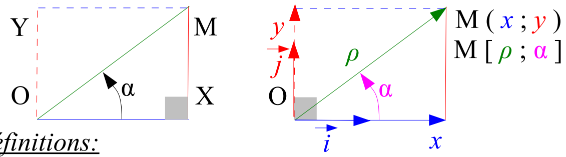


ABB' alignés,
ACC' alignés et
BC // B'C' $\Leftrightarrow$

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{BC'}{BC} = \gamma$$

Applications: Reproduction photo, lentilles (optique)

III – Relations trigonométriques



Définitions:

$\cos\alpha = \dfrac{OX}{OM}$ $\sin\alpha = \dfrac{OY}{OM}$ $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{OY}{OX}$

Propriétés dans le cercle trigonométrique (rayon $r = 1$)
$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ (Pythagore)

Propriétés dans un repère orthonormé $(O\ ,\ \vec{i}, \vec{j})$

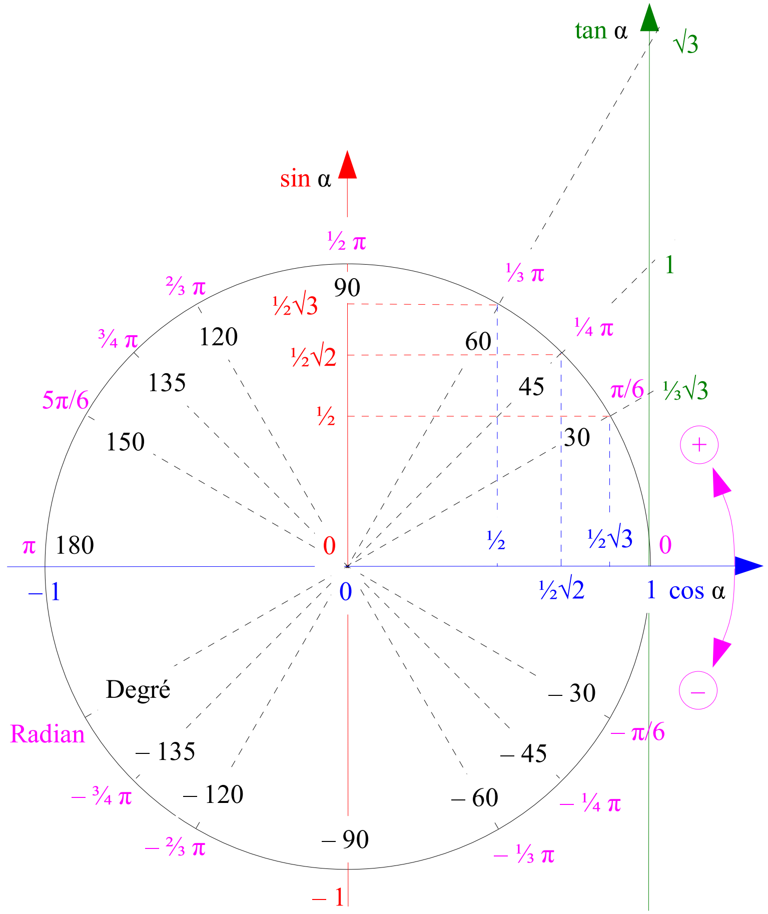
$\cos\alpha = x / \rho \Leftrightarrow x = \rho\cos\alpha$ $\sin\alpha = y / \rho \Leftrightarrow y = \rho\sin\alpha$	$x^2 + y^2 = \rho^2$ (Pythagore) $\rho = \sqrt{(x^2 + y^2)}$
$\tan\alpha = y / x$	$\alpha = \tan^{-1}(y / x)$

Tableaux de valeurs:

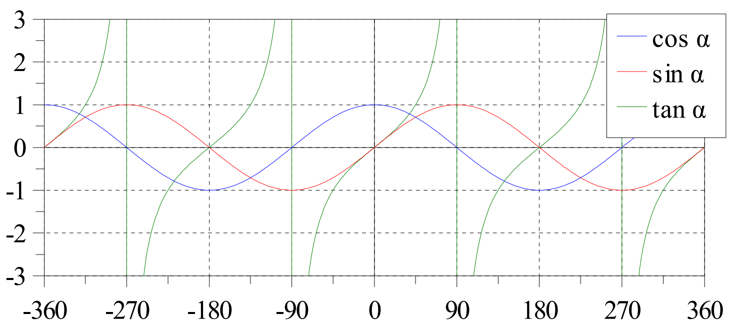
α (°)	0	30	45	60	90	120	135	150	180
α (Rad)	0	π/6	¼ π	⅓ π	½ π	⅔ π	¾ π	5π/6	π
sin α	0	½	½√2	½√3	1	½√3	½√2	½	0
cos α	1	½√3	½√2	½	0	– ½	– ½√2	– ½√3	– 1
tan α	0	⅓√3	1	√3		–√3	– 1	– ⅓√3	0

Applications: Triangle des puissances

Puissance	P	Q	S
Désignation	Active	Réactive	Apparente
Valeur	U I × cos φ	U I × sin φ	U × I



Représentations graphiques



IV – Notation et définition

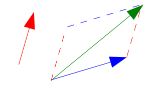
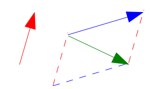
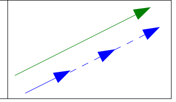
AB	Distance	[AB)	Demi-droite
(AB)	Droite	$\overline{AB}$	Mesure algébrique
[AB]	Segment, intervalle	$\overrightarrow{AB}$	Vecteur

V – Périmètre, aire, surface et volume usuels

2D: B et b sont les bases – *3D:* $\mathcal{B}$ est l'aire de la base

Figure 2D	*Périmètre*	*Aire*
Triangle ABC	$AB + BC + CA$	$\frac{1}{2}(B \times h)$
Trapèze		$\frac{1}{2}(B + b) \times h$
Disque $d = 2r$	$\pi d = 2\pi r$	πr^2
Figure 3D	***Surface***	***Volume***
Cylindre	$2\pi r h + 2\pi r^2$	$\mathcal{B} \times h = \pi r^2 \times h$
Cône (pyramide)		$\frac{1}{3}\mathcal{B} \times h$
Sphère rayon: r	$4\pi r^2$	$4/3 \times \pi r^3$

VI – Vecteurs et opérations (repère 3D)

Attributs	$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$	$\vec{w} = \vec{u} - \vec{v}$	$\vec{w} = k \times \vec{u}$
Direction Sens Norme			

Notation	*Expression*
Point initial I et final F	I (x_I ; y_I ; z_I) et F (x_F ; y_F ; z_F)
Vecteur $\overrightarrow{IF}$	$\overrightarrow{IF}$ ($x_F - x_I$; $y_F - y_I$; $z_F - z_I$)

Opération	*Produit scalaire*	*Produit vectoriel*
Entrées	Deux vecteurs $\vec{u}$ (x ; y ; z) et $\vec{v}$ (x' ; y' ; z')	
Notation	$\vec{u} \cdot \vec{v}$	$\vec{u} \wedge \vec{v}$
Sortie	Un nombre	Un vecteur $\vec{w}$
Expression	$x\,x' + y\,y' + z\,z'$ ou bien $\lVert\vec{u}\rVert \times \lVert\vec{v}\rVert \times \cos\alpha$	$\vec{u}\begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}\ \vec{v}\begin{vmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{vmatrix}\ \vec{w}\begin{vmatrix} y\,z' - z\,y' \\ z\,x' - x\,z' \\ x\,y' - y\,x' \end{vmatrix}$
Propriété	$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$	$\lVert\vec{w}\rVert =$ $\lVert\vec{u}\rVert \times \lVert\vec{v}\rVert \times \sin\alpha$
Utilité	Calcul de cos α et α	Règle du y pour $\vec{w}$

Applications: Représentations de Fresnel, de forces, ...