Domaines d'utilité:

- Etude des polynômes du troisième degré $y = f(x) = a_3 \times x^3 + a_2 \times x^2 + a_1 \times x + a_0$.
- Construction de tangente à une courbe $\boldsymbol{C_f}$ en un point donné.

Objectifs:

- Application des propriétés de la fonction $y = a \times x^2 + b \times x + c$ avec des valeurs précises pour a, b et c. Tableau de variation, résolution de $y = f(x) = 0$, signe de $y = f(x)$ suivant x
- Tracer de tangentes et détermination complète de leur équation.

Fonction polynôme du second degré $y = f(x) = a$ ´ $x^2 + b$ ´ $x + c$ avec $a \neq 0$

Forme de courbe ou courbure de $\boldsymbol{C_f}$

Signe de a	$a > 0$	$a < 0$
Forme de $\boldsymbol{C_f}$		

Coordonnées de l'extremun E de la courbe $\boldsymbol{C_f}$.

Extremun E	x_E	y_E
Valeurs		

Nombre de points d'intersection X avec l'axe des abcisses (Ox) suivant le signe de $\Delta = b^2 - 4 \times a \times c$ et abcisses x associées.

Signe de Δ	< 0	0	> 0
Nbr points			
Abcisses associées			

Détermination graphique des coefficients a b et c.
Utile lorsque l'on a que la courbe $\boldsymbol{C_f}$

Valeur	c	b	a
Expression Mathématique	Pour $x = 0$, $y = c$.	Pour $x = 0$ $f'(0) = b$.	Pour le point E, $x_E = -b/(2a)$
Correspondance graphique	c est l'ordonnée du point Y intersection de $\boldsymbol{C_f}$ avec l'axe (Oy)	b est la pente de la tangente à $\boldsymbol{C_f}$ au point Y(0; c)	$a = -b/(2x_E)$

Pré-requis:

- Résolution d'équation et/ou d'inéquation à 1 inconnue
- Géométrie: tracer de triangle rectangle
- Fonction affine $y = f(x) = a \times x + b$ (tableau de variation associé, signe suivant x, ...)
- Résolution d'équation du 2nd degré $a \times x^2 + b \times x + c = 0$
(calcul du discriminant Δ, détermination des racines)

$a > 0$ et D < 0

Activité n° 1: Soit la fonction $y = f(x) = ¼ \times x^2 - 1 \times x + 2$

1. Compléter le tableau de valeurs et placer les points correspondants **sans** les relier.

2. Donner la fonction dérivée $f'(x)$ de la fonction $f(x)$.

$f'(x) =$ ....

3. a) En utilisant le chapitre sur la fonction affine, donner l'abcisse x_E du point E tel que $f'(x_E) = 0$.

....

b) Placer dans le tableau de variation le point E (1ere ligne), la valeur de x_E, le signe de $f'(x)$, les flèches associées pour $f(x)$. Indiquer aussi $y_E = f(x_E)$.

$y_E =$ ....

4. a) Donner les coordonnées de Y($x = 0$; $y =$ ....)

b) Donner la valeur de $f'(x)$ pour le point Y.

$f'(x_Y) = f'(0) =$ ....

c) Tracer la tangente T_Y : droite passant par le point Y et de pente la valeur trouvée au **4. b)**. Placer les points E et Y.

5. Vérifier que $\Delta = b^2 - 4 \times a \times c$ est < 0. $\Delta =$ ....

Tableau de valeurs

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y							

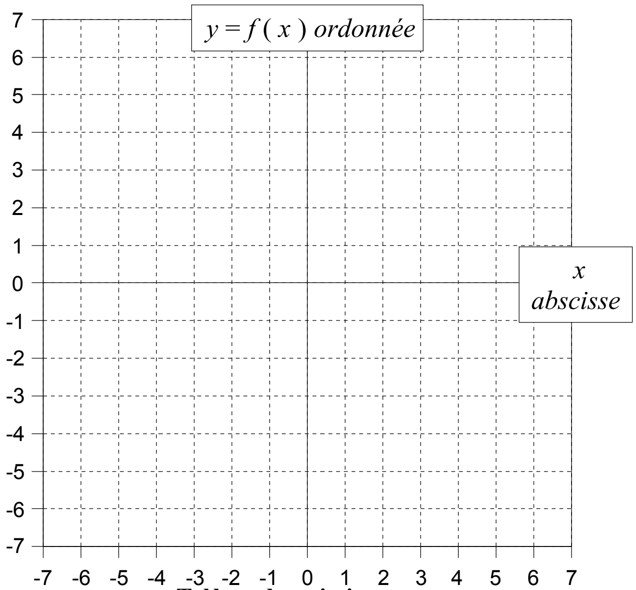

Tableau de variation

Nom des points		
x		Abscisse (valeur)
$f'(x)$		Pente (signe)
$y = f(x)$		Ordonnée (flèche + valeur)
Signe de $f(x)$		Signe

$a > 0$ et D = 0

Activité n° 2: Soit $y = f(x) = ¼ \times x^2 + 1 \times x + 1$

1. Compléter le tableau de valeurs et placer les points correspondants **sans** les relier.

2. Donner la fonction dérivée $f'(x)$ de la fonction $f(x)$.

$f'(x) =$ ....

3. a) En utilisant le chapitre sur la fonction affine, donner l'abcisse x_E du point E tel que $f'(x_E) = 0$.

....

b) Placer dans le tableau de variation le point E (1ere ligne), la valeur de x_E, le signe de $f'(x)$, les flèches associées pour $f(x)$. Indiquer aussi $y_E = f(x_E)$.

$y_E =$ ....

4. a) Donner les coordonnées de A($x = -4$; $y =$ ....)

b) Indiquer dans le tableau la valeur de $f'(x_A)$.

c) Tracer la tangente T_A : droite passant par le point A et de pente la valeur trouvée au **4. b)**. Placer les points E et A.

5. Vérifier que $\Delta = b^2 - 4 \times a \times c = 0$. $\Delta =$ ....

6. Comparer les valeurs de $-b / (2a)$ et x_E

$x_E =$ .... ; $-b / (2a) =$ ....

Tableau de valeurs

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y							

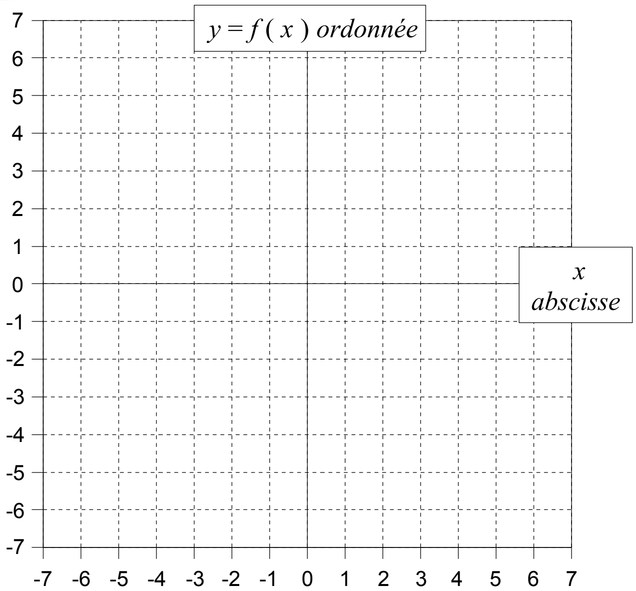

Tableau de variation

Nom des points		
x		Abscisse (valeur)
$f'(x)$		Pente (signe)
$y = f(x)$		Ordonnée (flèche + valeur)
Signe de $f(x)$		Signe

$a < 0$ et D < 0

Activité n° 3: Soit $y = f(x) = -¼ \times x^2 - 2 \times x - 5$

1. Compléter le tableau de valeurs et placer les points.

2. Donner la fonction dérivée $f'(x)$ de la fonction $f(x)$.

$f'(x) =$ ....

3. a) En utilisant le chapitre sur la fonction affine, donner l'abcisse x_E du point E tel que $f'(x_E) = 0$ et $y_E = f(x_E)$.

....

$y_E =$..

b) Compléter le tableau de variation (signe + flèche)

4. a) Donner les coordonnées de Y($x = 0$; $y =$ ....)

b) Donner la valeur de $f'(x)$ pour le point Y.

$f'(x_Y) = f'(0) =$ ....

c) Tracer la tangente T_Y à la courbe C_f passant par le point Y. Placer les points E et Y.

5. Calculer $\Delta = b^2 - 4 \times a \times c =$ ....

6. Comparer les valeurs situées l'une au dessous de l'autre.

$x_E =$ .... ; $y_E =$ .... ; $f(0) =$ .... ; $f'(0) =$ ....

$-b/(2a) =$ .... ; $-\Delta/(4a) =$ .... ; $c =$ .... ; $b =$ ......

Tableau de valeurs

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y							

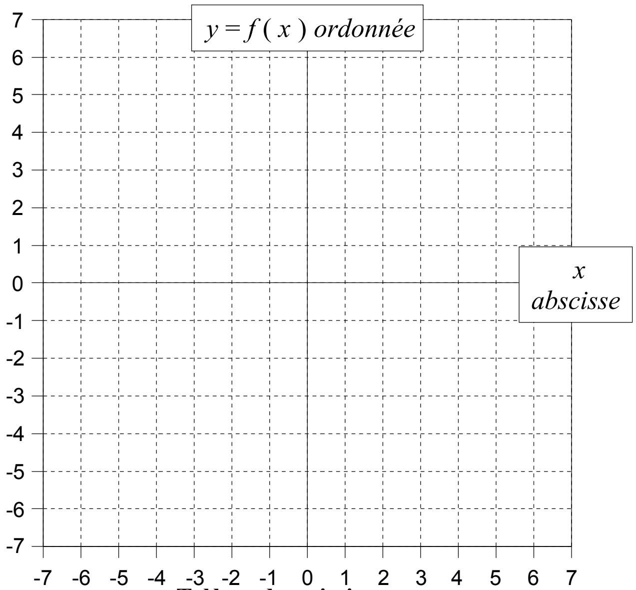

Tableau de variation

Nom des points		
x		Abscisse (valeur)
$f'(x)$		Pente (signe)
$y = f(x)$		Ordonnée (flèche + valeur)
Signe de $f(x)$		Signe

$a < 0$ et D > 0

Activité n° 4: Soit $y = f(x) = -¼ \times x^2 - 1 \times x + 3$

1. Compléter le tableau de valeurs et placer les points correspondants **sans** les relier. Rayer la **mauvaise** réponse

Pour $a > 0$ la forme de C_f est -en pont -en U

Pour $a < 0$ la forme de C_f est -en pont -en U

2. Donner la fonction dérivée $f'(x)$ de la fonction $f(x)$.

$f'(x) =$ ....

3. a) En utilisant le chapitre sur la fonction affine, donner l'abcisse x_E du point E tel que $f'(x_E) = 0$ et $y_E = f(x_E)$.

....

$y_E =$..

b) Compléter le tableau de variation

4. Calculer $\Delta = b^2 - 4 \times a \times c =$ ....

5. Rayer les **mauvaises** réponses. Le nombre de points X qui appartiennnent à l'axe des abcisses **et** à la courbe C_f est:

0 1 2 points si $\Delta < 0$

0 1 2 points si $\Delta = 0$

0 1 2 points si $\Delta > 0$

6. Calculer les coordonnées x_1 et x_2 des deux points X_1 et X_2

$x_1 =$ .... ; $x_2 =$ ....

Tableau de valeurs

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y							

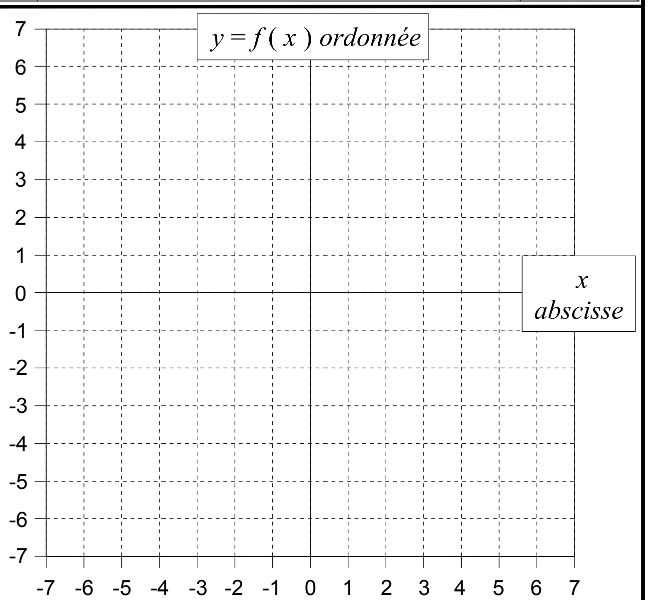

Tableau de variation

Nom des points		
x		Abscisse (valeur)
$f'(x)$		Pente (signe)
$y = f(x)$		Ordonnée (flèche + valeur)
Signe de $f(x)$		Signe

Récapitulatif: **Tableau de variation** fonction $y = f(x) = a \times x^2 + b \times x + c$ avec $a \neq 0$ (dans le **cas D > 0**)

Le point E doit être indiqué en premier, le point Y se place en conséquence, puis vient les points X suivant la valeur de Δ

$-\sqrt{\Delta} / (2a)$ $\quad$ $+\sqrt{\Delta} / (2a)$

Nom des points		X_1	E	X_2		Y	
x		x_1	$-b / (2a)$	x_2		0	Abscisse (valeur)
$f'(x) = 2a \times x + b$	Signe de $-a$	$-\sqrt{\Delta}$	0	$+\sqrt{\Delta}$	Signe de a	b	Pente (signe: +, - ou 0 et des valeurs)
$y = f(x)$			$-\Delta/(4a)$		Si $a > 0$ Si $a < 0$	c	Ordonnée (flèche + valeur)
Signe de $f(x)$	Signe de a	0	Signe de $-a$	0	Signe de a		Signe: +, - ou 0

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2\ a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2\ a}$$

Remarque: Les points X_1 et X_2 sont solutions de $y = f(x) = a \times x^2 + b \times x + c = 0$ (appelés également racines du polynôme $a \times x^2 + b \times x + c$). Si $a > 0$, ils sont placés comme ci-dessus ($x_1 < x_2$), si $a < 0$, ils sont inversés ($x_1 > x_2$)

Application:

Exercice n° 1: Soit $y = f(x) = ¼ \times x^2 + ½ \times x - 6$

On cherche à compléter son tableau de variation ci-contre.

1. Compléter le tableau de valeurs et placer les points.

2. Donner la fonction dérivée $f'(x)$ de la fonction $f(x)$.

$f'(x) =$ ....

3. a) En utilisant le chapitre sur la fonction affine, donner l'abcisse x_E du point E tel que $f'(x_E) = 0$ et $y_E = f(x_E)$.

....

$y_E =$...

b) Compléter le tableau de variation (signe + flèche)

4. a) Donner les coordonnées de Y($x = 0$; $y =$ ....)

b) Donner la valeur de $f'(x)$ pour le point Y.

$f'(x_Y) = f'(0) =$ ....

c) Tracer la tangente T_Y à la courbe C_f passant par le point Y. Placer les points E et Y.

5. Calculer $\Delta = b^2 - 4 \times a \times c =$ ....

6. Calculer les coordonnées x_1 et x_2 des deux points X_1 et X_2

$x_1 =$ ....

$x_2 =$ ....

7. Vérifier les valeurs avec le tableau récapitulatif.

Tableau de valeurs

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y							

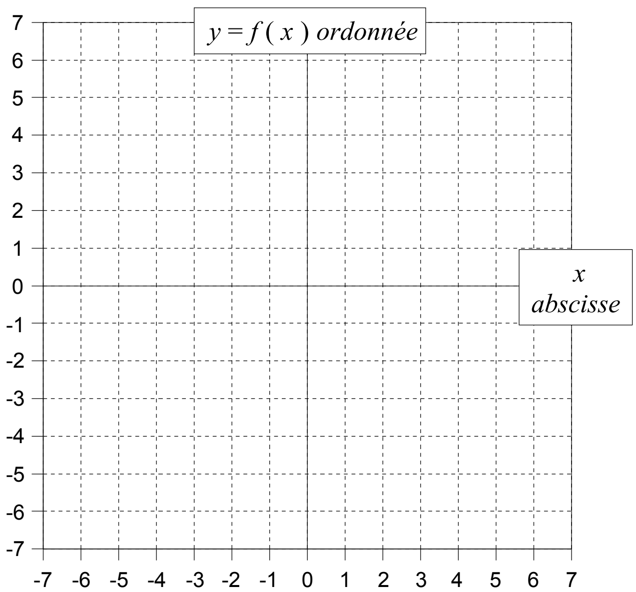

Tableau de variation

Nom des points		
x		Abscisse (valeur)
$f'(x)$		Pente (signe)
$y = f(x)$		Ordonnée (flèche + valeur)
Signe de $f(x)$		Signe