

I – Ensemble de Définition D .

- Intervalle, inégalité, représentation graphique
 $I =]-3; 2]$ $-3 < x \leq 2$
- Infini $\pm \infty$, réunion (\cup) et intersection (\cap)
 $I =]-3; 2]$ Réunion \Leftrightarrow **OU**; $I \cup J =]-3; 4]$
 $J =]-1; 4]$ Intersection \Leftrightarrow **ET**; $I \cap J =]-1; 2]$
- Tableau de signes: $y = ax + b$; $y = ax^2 + bx + c$
- Notation D et définition de $D \neq$ intervalle d'étude I
- Notion de **valeurs interdites** (double barres \parallel)
- D pour les fonctions usuelles
- D pour l'exemple: $D =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$

II – Limites aux bornes de D .

- Données: x_0 abscisse finie ou $\pm \infty$, fonction $f(x)$
- Valeur renvoyée: ℓ_0 ordonnée finie ou $\pm \infty$
- Notations et lectures:
Pratique: Pour $x \rightarrow x_0, f(x) \rightarrow \ell_0$
 « Pour x qui tend vers $x_0, f(x)$ tend vers ℓ_0 . »
Standard:
 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_0$ « La limite de la fonction f est égale à ℓ_0 lorsque x tend vers x_0 . »

- Limites pour les fonctions usuelles
- **Opérations** sur les limites, **règles** avec $\pm \infty$ et 0^\pm .
- 4 Formes Indéterminées: $\infty - \infty, \infty \times 0, \infty/\infty$ et $0/0$ (La règles des signes s'appliquent toujours)
- **Règles** pour FI: Polynômes (+ haut degré $a_n \times x^n$), fonctions rationnelles (\approx quotient des termes de + haut degré) et comparaison $e^x, x^\alpha (\alpha > 0)$ et $\ln x$.
- Autre règle: théorème des gendarmes

III – Asymptote(s) aux bornes de D .

- Tableau de **correspondance**
- | Asymptote (Δ) | verticale | horizontale | oblique |
|------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| pour | $x \rightarrow x_0$ | $x \rightarrow \pm \infty$ | $x \rightarrow \pm \infty$ |
| d'équation | $x = x_0$ | $y = b$ | $y = ax + b$ |
| limite associée | $f(x) \rightarrow \pm \infty$ | $(f(x) - (ax + b)) \rightarrow 0^\pm$ | |
- **Asymptote horizontale** et/ou **oblique**: La **position** de C_f par rapport à l'asymptote (Δ) est donnée par le **signe** de la limite: $0^+ \Leftrightarrow C_f > (\Delta)$; $0^- \Leftrightarrow C_f < (\Delta)$
- $$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} (MA) = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} (f(x) - (ax + b)) = 0^\pm$$

Étude de fonction

(Réalisation : S. Basnary – Version 2013)

Équation cartésienne $y = f(x)$; Fonction dérivée $f'(x)$

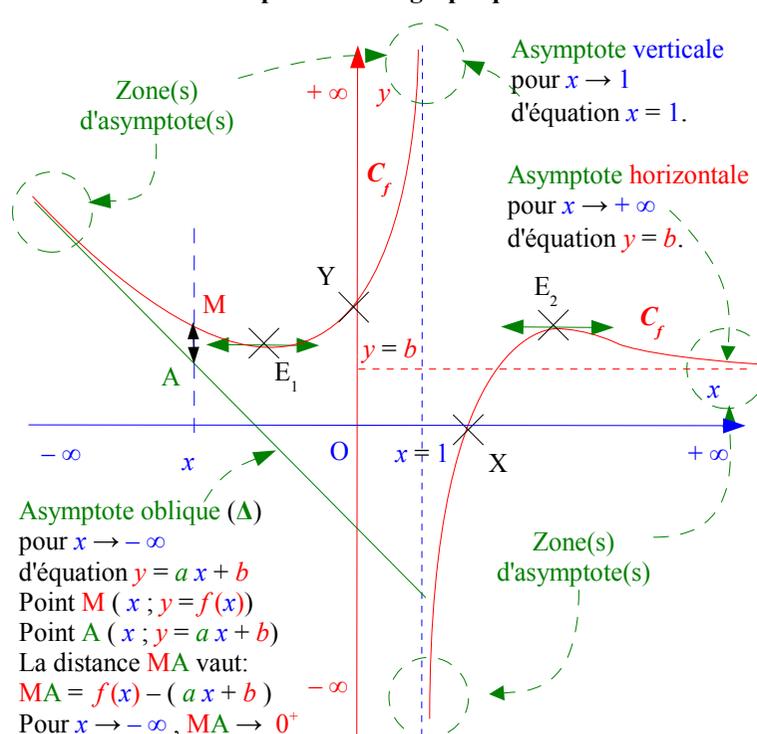
Tableau de variation

Pts		E_1	Y	X	E_2		Nom
x	$-\infty$?	0	1	?	?	D
$f'(x)$	-	0	?	+	+	?	Pente a
y ou $f(x)$	$\ell = +\infty$?	?	$\ell = +\infty$?	?	Sens de variat°
$f(x)$	+			-	0	+	Signe

Tableau de valeurs

x	x est l'abscisse ou l'antécédent de y par la fonction f .
$f(x)$	y est l'ordonnée ou l'image de x par la fonction f .

Représentation graphique



IV – Fonction dérivée $f'(x)$.

- Notations: **Usuelle:** f' et **Différentielle:** df/dx
 - Définition mathématique (lien avec la **limite**)

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{x+h-x} = \text{pente tangente}$$
 - Applications pour $f(x) = ax + b$ et $f(x) = x^2$
 - Dérivées usuelles et opérations ($a, b, k, K, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$)
- | | | | |
|----------------------------|--------------------------------|--------------|------------------------|
| $f(x)$ | $f'(x)$ | $f(x)$ | $f'(x)$ |
| b, k , ou K | 0 | e^x | e^x |
| x | 1 | $e^{(ax+b)}$ | $a \times e^{(ax+b)}$ |
| $a \times x + b$ | a | $\ln x$ | $1/x$ |
| x^2 | $2 \times x^1 = 2x$ | $\ln(ax+b)$ | $a / (ax+b)$ |
| $x^\alpha (\alpha \neq 0)$ | $\alpha \times x^{(\alpha-1)}$ | $\cos(ax+b)$ | $-\sin(ax+b)$ |
| $\lambda u + \mu v$ | $\lambda u' + \mu v'$ | $\sin(ax+b)$ | $\cos(ax+b)$ |
| $u \times v$ | $u'v + uv'$ | $v \circ u$ | $u' \times v' \circ u$ |

- Intérêt de l'étude de la **fonction dérivée f'**
 $f'(x) = 0 \Leftrightarrow$ Recherche d'extremum(s) E
 $f'(x) > 0 \Leftrightarrow f$ est **croissante** ($f \nearrow$)
 $f'(x) < 0 \Leftrightarrow f$ est **décroissante** ($f \searrow$)
 $f'(x) = 0 \Leftrightarrow f$ est **constante** ($f \rightarrow$)

V – **Cohérence** des informations entre l'approche mathématique, le tableau de variation et la représentation graphique C_f .

- Pts: Nom des points particuliers de la courbe C_f : Extremum E, intersections avec les axes du repère.
- x : ensemble $D + \parallel$ pour les valeurs interdites
- $f'(x)$: signe $f'(x) \Leftrightarrow$ pente de la tangente.
- $f(x)$: limite(s) + sens de variation de f
- $f(x)$: **signe** de $y = f(x)$ ($-, 0, +$)

VI – Étude de points particuliers.

- Point Y sur (Oy) \Leftrightarrow Étude pour $x = 0$.
- Point(s) X sur (Ox) \Leftrightarrow Résoudre $y = f(x) = 0$
- Extremum(s) E \Leftrightarrow Résoudre $f'(x) = 0$.
- Équation de la tangente T_M au point M ($x_M; y_M$)
 Équation de T_M : $y = a \times x + b$ avec $a = f'(x_M)$
 Au point M: $y_M = a \times x_M + b$ donc $b = y_M - a \times x_M$
 Donc T_M : $y = a \times x + (y_M - a \times x_M)$
 ou bien T_M : $y = f'(x_M) \times (x - x_M) + y_M$