Étude de la fonction affine $y = a\,x + b$

y : ordonnée ; a : pente ou coefficient directeur

x : abscisse et b : ordonnée à l'origine (pour $x = 0$)

(Auteur: M. Basnary S. – Version 2012)

V – Tableau de signe de $y = a\,x + b$

Point	X			Nom
x	$-\infty$	x_0	$+\infty$	Abscisse
Signe de $y = a\,x + b$	Signe de $-a$	0	Signe de a	Ordonnée

Remarque(s):

- Coordonnées du point X, situé sur l'axe (Ox)

L'ordonnée y du point X est $y_X = 0$.

L'abscisse x du point X est x_0 et

x_0 est tel que $y = 0 \Leftrightarrow a\,x + b = 0 \Leftrightarrow x_0 = -\,b \div a$

- Résoudre une inéquation du type $a\,x + b > 0$ (ou bien < 0) peut se faire de deux manières:

a) Résolution directe (la division par un nombre de signe négatif change le sens de l'inégalité).

Pour $y = -2\,x + 3$:

$-2\,x + 3 > 0 \Leftrightarrow -2\,x > -3 \Leftrightarrow x < (-3) \div (-2) \Leftrightarrow x < 1{,}5$

b) Utilisation du tableau de signe associé à $y = a\,x + b$

$a = -2$; $b = 3$; $x_0 = 1{,}5$; $y > 0 \Leftrightarrow y$ de signe de $(-a)$

$\Leftrightarrow x < x_0 \Leftrightarrow x < 1{,}5$

VI – Tableau de variation de $y = a\,x + b$

Point	Y			Nom
x	$-\infty$	0	$+\infty$	Abscisse
$f'(x) = a$	Signe de a	a	Signe de a	Pente
y ou f	$+\infty$ / $-\infty$	b	$+\infty$ (si $a > 0$) / $-\infty$ (si $a < 0$)	Variation
Signe y ou signe f	Défini à partir de la position de X par rapport à Y			Signe y ou signe f

Remarque(s):

- Informations du point Y, situé sur l'axe (Oy)

L'abscisse x du point Y est $x_Y = 0$.

La pente p (ou nombre dérivé) au point Y est $p_Y = a$

L'ordonnée y du point Y est $y_Y = a \times 0 + b = b$

- Signe de f' et sens de variation de f.

Si $a > 0$, la fonction f est croissante.

Si $a = 0$, la fonction f est constante (car $y = f(x) = b$)

Si $a < 0$, la fonction f est décroissante.

I – Construction de la droite

(*Donnée(s):* a et b)

a) AVEC calcul: deux points quelconques A et B

Pour tracer la droite (D), il faut déterminer les coordonnées de deux points A et B.

On choisit x_A et x_B

On calcule y_A et y_B

Le tableau de valeur est:

Point	A	B
x	x_A	x_B
y	$y_A = a\,x_A + b$	$y_B = a\,x_B + b$

b) AVEC calcul: deux points particuliers X et Y

Les coordonnées des points:

X, situé sur l'axe (Ox) et

Y, situé sur l'axe (Oy) sont

Point	X	Y
x	$x_X = -\,b \div a$	$x_Y = 0$
y	$y_X = 0$	$y_Y = b$

c) SANS calcul: méthode directe

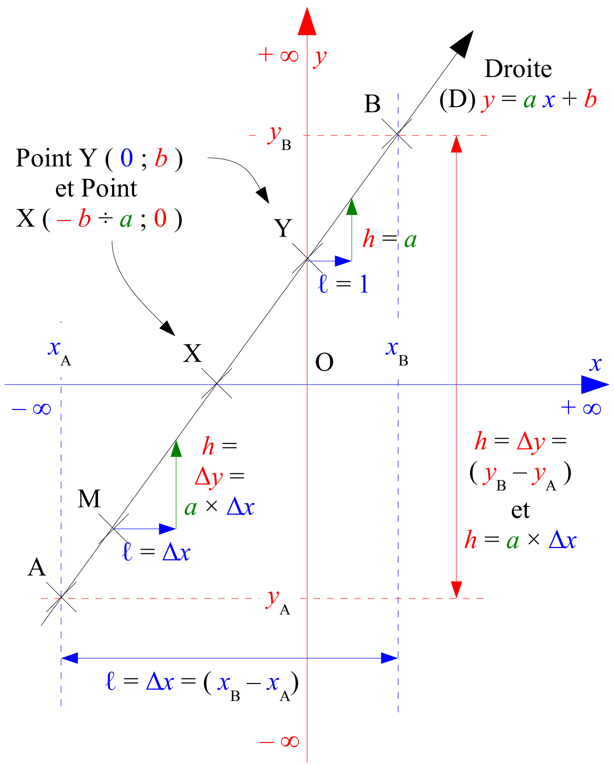
Méthode:

On place le point Y (0 ; b)

On construit un triangle rectangle de dimensions:

largeur $\ell = \Delta x = 1$

hauteur $h = \Delta y = a$



II – Détermination du coefficient directeur a

(*Données:* deux points A et B)

$$a = \frac{(y_B - y_A)}{(x_B - x_A)} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\text{Hauteur } h \text{ de marche}}{\text{Largeur } \ell \text{ de marche}}$$

Remarque(s):

- $a = \Delta y \div \Delta x \Leftrightarrow \Delta y = a \times \Delta x$
- Cas particulier si $\Delta x = 1$ alors $\Delta y = a$

IV – Détermination du coefficient b : ordonnée à l'origine

a) Méthode SANS calcul

Donnée(s): la droite (D) tracée

b est l'ordonnée du point Y

b) Méthode AVEC calcul

Donnée(s):

Un point M(x_M ; y_M) et a

Méthode:

Équation de la droite:

$y = a \times x + b$

Avec les coordonnées de M:

$y_M = a \times x_M + b$

Recherche de l'inconnue b:

$b = y_M - a \times x_M$

III – Construction de la droite SANS calcul

a) Méthode semi-directe

Donnée(s):

Un point M(x_M ; y_M) et a

Méthode:

On place le point M(x_M ; y_M)

On construit un triangle rectangle de dimensions:

largeur $\ell = \Delta x$

hauteur $h = \Delta y = a \times \Delta x$